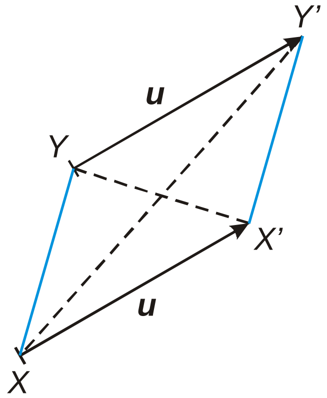
7.2.5 Posunutí o vektor

Zobrazení roviny nebo prostoru, které každému bodu X přiřadí bod $X+\boldsymbol{u}$ se nazývá posunutí o vektor $\boldsymbol{u}$. Jde o shodné zobrazení.

Př. 1: **(BONUS)** Dokaž pomocí vektorů, že posunutí o vektor $\boldsymbol{u}$ je shodné zobrazení.



Sestrojíme body $X'=X+\boldsymbol{u}$, $Y'=Y+\boldsymbol{u}$ $\Rightarrow$ úsečky XX' a YY' jsou dvě umístění stejného vektoru $\Rightarrow$ úsečky XX' a YY' jsou shodné a rovnoběžné $\Rightarrow$ čtyřúhelník $XX'Y'Y$ je rovnoběžník $\Rightarrow$ úsečky XY a $X'Y'$ jsou rovnoběžné a shodné

Př. 2: Je dán bod $A[1;2;3]$ a vektor $\boldsymbol{u}=(-2;0;3)$. Urči souřadnice bodu $B=A+\boldsymbol{u}$.

$B=A+\boldsymbol{u}=[1;2;3]+(-2;0;3)=[1+(-2);2+0;3+3]=[-1;2;6]$

Souřadnice bodu B jsou $B[-1;2;6]$

Pedagogická poznámka: Souřadnice bodu B je možné i zvlášť:

$b_1=a_1+u_1=1-2=-1$ $\quad$ $b_2=a_2+u_2=2+0=2$ $\quad$ $b_3=a_3+u_3=3+3=6$

V řešení uvedený postup považuji za vhodnější (u slabších studentů je nutné dlouho upevňovat vědomí, že tři souřadnice bodu (vektoru) k sobě patří a ten správný význam mají pouze dohromady.

Je dobré dávat pozor na studenty, zda dodržují typy závorek. Právě správný typ závorek často podstatně zjednodušuje kontrolu příkladů.

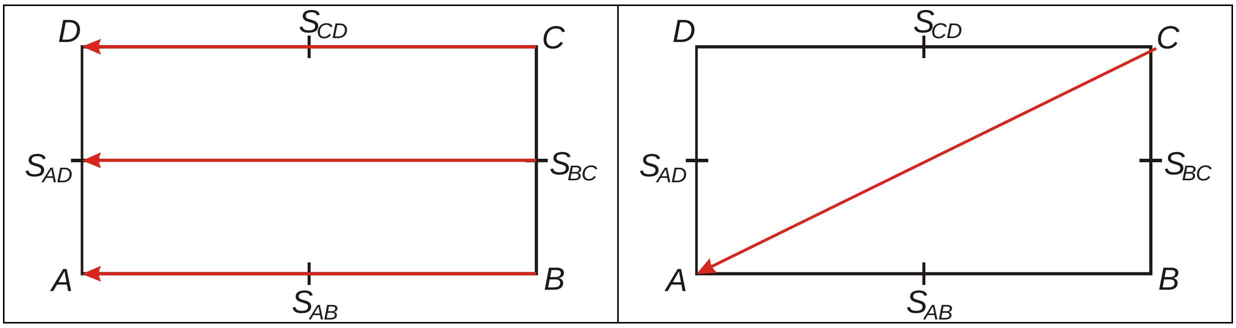
Př. 3: V prostoru je dán bod $B[-2;3;7]$ vektor $\boldsymbol{u}=P-Q$. Urči bod A tak, aby platilo $B=A+\boldsymbol{u}$, pokud $P[0;2;5]$ a $Q[-2;3;4]$.

určíme vektor $\boldsymbol{u}$: $\boldsymbol{u}=P-Q=([0-(-2)];[2-3];[5-4])=(2;-1;1)$

Bod A má souřadnice $A[-4;4;6]$.

Př. 4: V rovině je dán obdélník $ABCD$. Kromě vrcholů obdélníka jsou na obrázku vyznačeny také středy stran S_{AB}, S_{BC}, S_{CD} a S_{AD}. Urči vektory $A-B$, $A-C$, $A-D$, $A-S_{AB}$, $A-S_{BC}$, $A-S_{CD}$ a $A-S_{AD}$ pomocí jiných bodů vyznačených na obrázku. Všechna zapsaná umístění jednotlivých vektorů do obrázku zakresli.

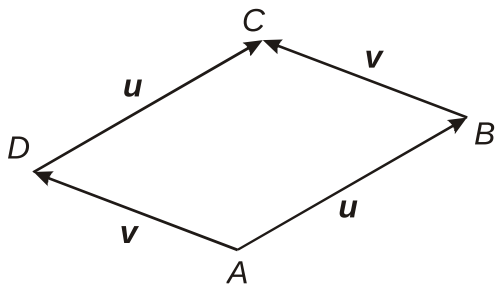
$A-B=D-C=S_{AD}-S_{BC}$	$A-C$



$A - S_{AD} = S_{AD} - D = B - S_{BC} = S_{BC} - C$

Př. 5: Vypočti dvěma způsoby zbývající vrchol rovnoběžníku *ABCD*, pokud znáš souřadnice bodů $A[-2;3]$, $B[-1;1]$ a $D[1;2]$. Zkontroluj řešení nakreslením obrázku.

Pokud je *ABCD* rovnoběžník, jeho protější strany jsou dvě různá umístění stejného vektoru.
Označíme: $\boldsymbol{u} = B - A = (1;-2)$ $\qquad \boldsymbol{v} = D - A = (3;-1)$



Z obrázku je zřejmé, že platí:
$C = B + \boldsymbol{v} = [-1;1] + (3;-1) = (2;0)$
$C = D + \boldsymbol{u} = [1;2] + (1;-2) = (2;0)$

Př. 6: Urči všechny vrcholy rovnoběžnostěnu *ABCDEFGH*, pokud platí $A[3;-1;1]$, $B[3;3;2]$, $C[-1;4;1]$ a $H[-3;4;5]$.

Všechny stěny jsou rovnoběžníky, příkladem je třeba kvádr. Postupujeme podobně jako v předešlém příkladě.
Označíme si:
$\boldsymbol{u} = B - A = (0;4;1)$
$\boldsymbol{v} = D - A = C - B = (-4;1;-1)$
$\boldsymbol{w} = E - A = H - D$ - spočítáme později
Dopočteme bod *D*:
$D = A + \boldsymbol{v} = [3;-1;1] + (-4;1;-1) = [-1;0;0]$
určíme vektor $\boldsymbol{w}$: $\boldsymbol{w} = E - A = H - D = (-2;4;5)$
$E = A + \boldsymbol{w} = [3;-1;1] + (-2;4;5) = [1;3;6]$
$F = B + \boldsymbol{w} = [3;3;2] + (-2;4;5) = [1;7;7]$
$G = C + \boldsymbol{w} = [-1;4;1] + (-2;4;5) = [-3;8;6]$

Př. 7: Petáková:
strana 99/cvičení 3
strana 99/cvičení 4