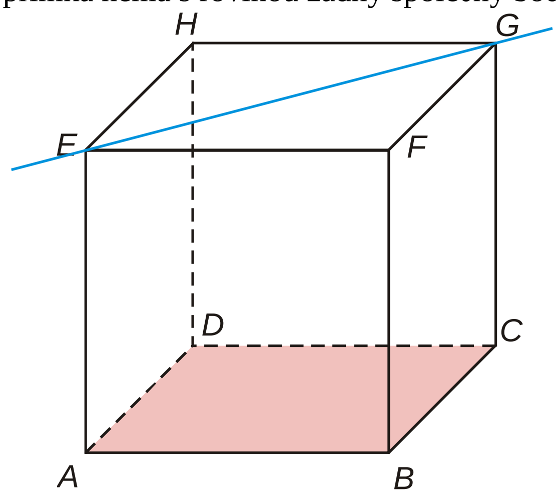
5.1.7 Vzájemná poloha přímky a roviny

Předpoklady: 5106

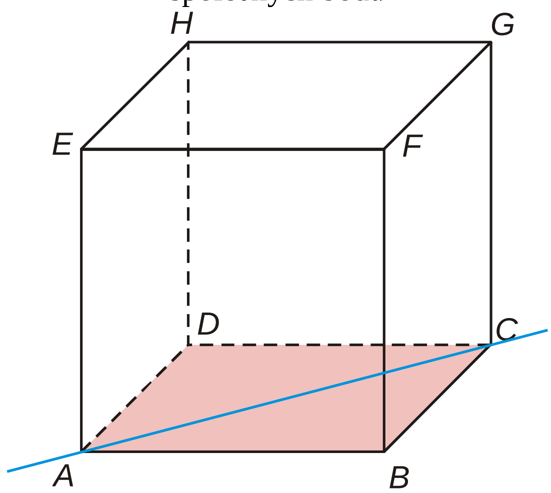
Př. 1: Kolik společných bodů můžem mít přímka s rovinou? Jaká je v každém takovém případě jejich vzájemná poloha? Demonstruj ve standardní krychli *ABCDEFGH* na rovině *ABC* a přímkách určených jejími vrcholy.

Mohou nastat tři možnosti:

přímka nemá s rovinou žádný společný bod



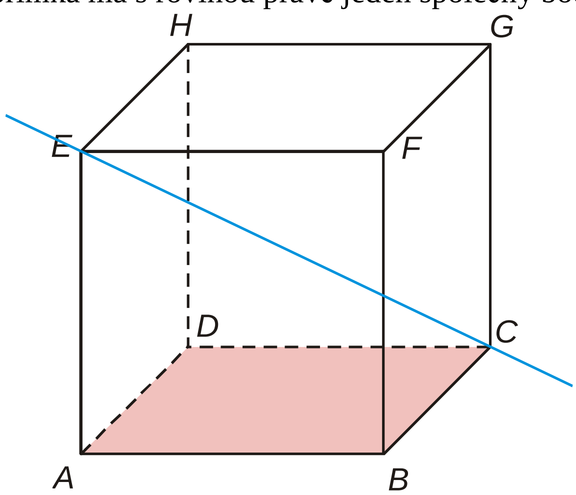
přímka má s rovinou nekonečně mnoho společných bodů



přímka je rovnoběžná s rovinou

---

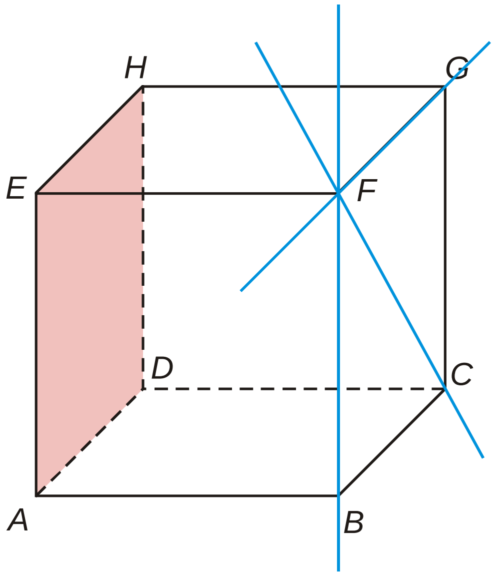
přímka má s rovinou právě jeden společný bod



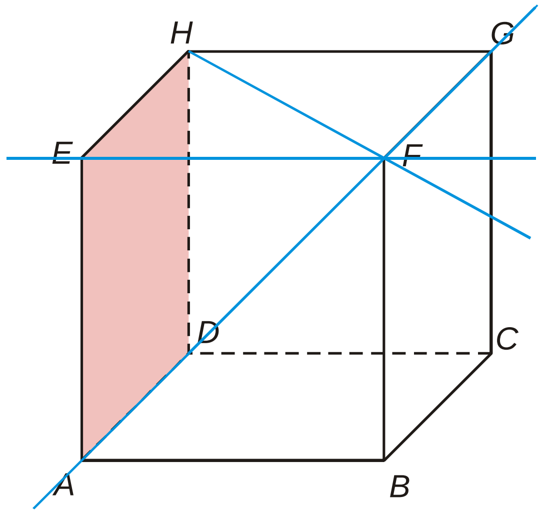
přímka je různoběžná s rovinou

Př. 2: Je dána standardní krychle *ABCDEFGH*. Urči všechny přímky určené vrcholy krychle a procházející bodem *F*, které jsou:
a) rovnoběžné s rovinou *ADE* b) různoběžné s rovinou *ADE*

přímky rovnoběžné s rovinou *ADE* přímky různoběžné s rovinou *ADE*



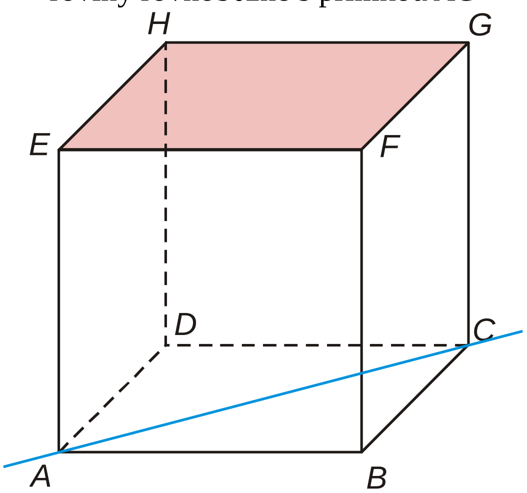
jde o přímky *FB*, *FC*, *FG*



jde o přímky *FA*, *FD*, *FE*, *FH*

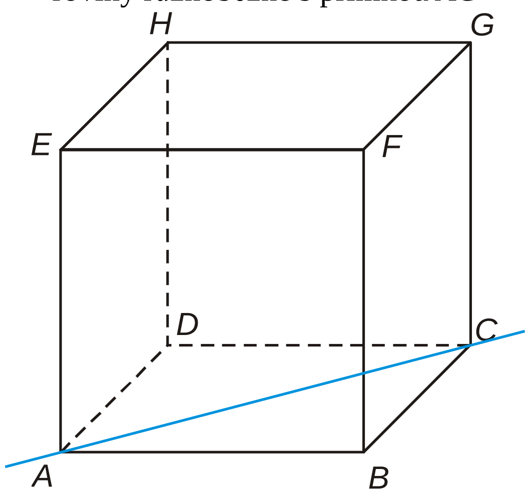
Př. 3: Je dána standardní krychle *ABCDEFGH*. Urči všechny roviny, které jsou určeny vrcholy krychle , prochází bodem *G* a jsou:
a) rovnoběžné s přímkou *AC* b) různoběžné s přímkou *AC*

roviny rovnoběžné s přímkou *AC*



jde o jedinou rovinu *EFG* (může být určena i jinak)

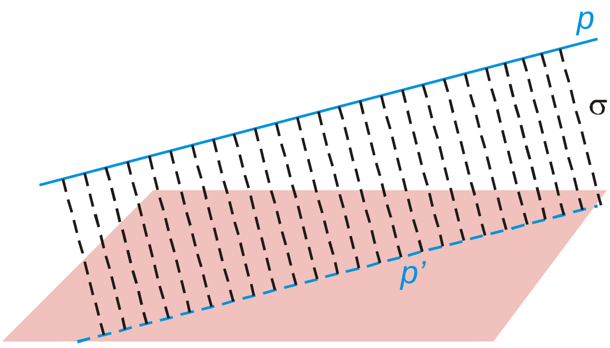
roviny různoběžné s přímkou *AC*



jde o roviny bočních stěn *FGC*, *HGC* a roviny *HGB*, *GFD*

Jak poznáme, že je přímka rovnoběžná s rovinou?

Máme přímku *p* rovnoběžnou s rovinou ρ. „Spojíme“ přímku s rovinou pomocí další roviny σ_1, která je s ρ různoběžná $\Rightarrow$ vznikne průsečnice p_1. Jaká je vzájemná poloha *p* a p_1?



p_1 musí být rovnoběžná s *p*. Proč?

Kdyby *p* a p_1 nebyly rovnoběžné, existoval by jejich průsečík *P* (*p* i p_1 leží v rovině σ_1 a nemohou tedy být mimoběžné) $\Rightarrow$ Průsečík *p* a p_1 by ležel v rovině σ_1 i v rovině ρ (p_1 leží v obou rovinách) $\Rightarrow$ to nemůže nastat, protože průsečík *P* by ležel také na přímce *p* , která je s ρ rovnoběžná a tedy s ní nemůže mít žádné společné body.
Pokud budeme měnit roviny σ_i , vzniknou průsečnice p_i . Všechny přímky p_i jsou navzájem rovnoběžné (tranzitivnost rovnoběžnosti) $\Rightarrow$

Kritérium rovnoběžnosti přímky a roviny:
Přímka *p* je rovnoběžná s rovinou ρ , jestliže v rovině ρ leží alespoň jedna přímka p', která je s přímkou *p* rovnoběžná.

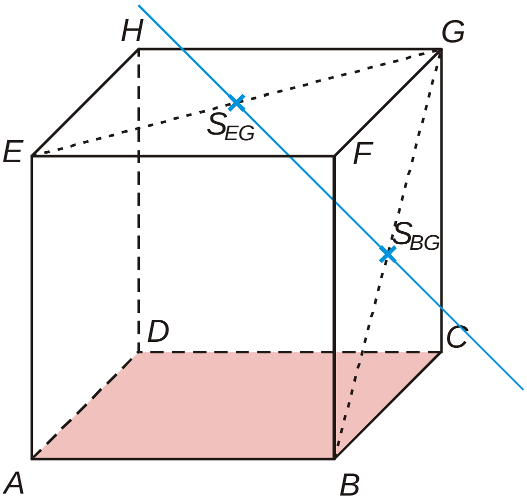
Př. 4: Doplň věty:
a) Je-li $p \parallel q$ a $q \parallel \rho$, pak …
b) Je-li $p \parallel q$ a $p \parallel \rho$, pak …
c) Je-li $p \parallel q$ a *q* není rovnoběžná s ρ , pak …

a) Je-li $p \parallel q$ a $q \parallel \rho$, pak $p \parallel \rho$.
b) Je-li $p \parallel q$ a $p \parallel \rho$, pak $q \parallel \rho$.
c) Je-li $p \parallel q$ a *q* není rovnoběžná s ρ , pak *p* není rovnoběžná s ρ .

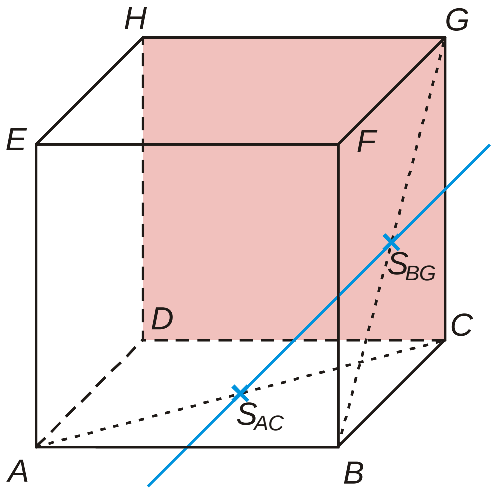
Př. 5: Je dána standardní krychle *ABCDEFGH*. Urči vzájemnou polohu:
a) přímky $S_{EG}S_{BG}$ a roviny *ABC*
b) přímky $S_{AC}S_{BG}$ a roviny *CDG*
c) přímky $S_{BG}S_{AH}$ a roviny *CDE*
d) přímky $S_{EG}S_{BG}$ a roviny *BCE*
e) přímky $S_{EG}S_{BF}$ a roviny *ABG*

a) přímka $S_{EG}S_{BG}$ a rovina *ABC*

b) přímky $S_{AC}S_{BG}$ a roviny *CDG*

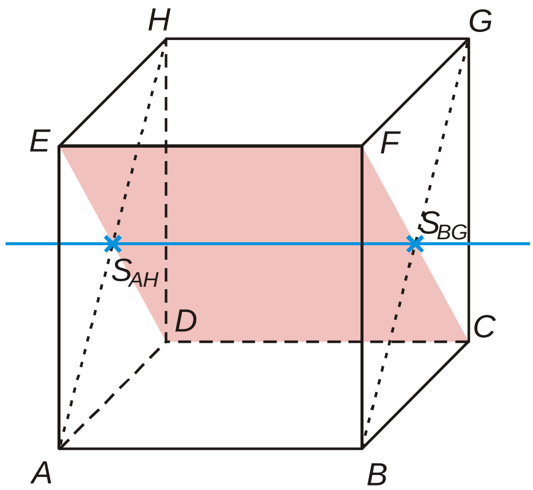


přímka $S_{EG}S_{BG}$ je různoběžná s rovinou ABC (rovina ABC je vodorovná, přímka $S_{EG}S_{BG}$ ne)



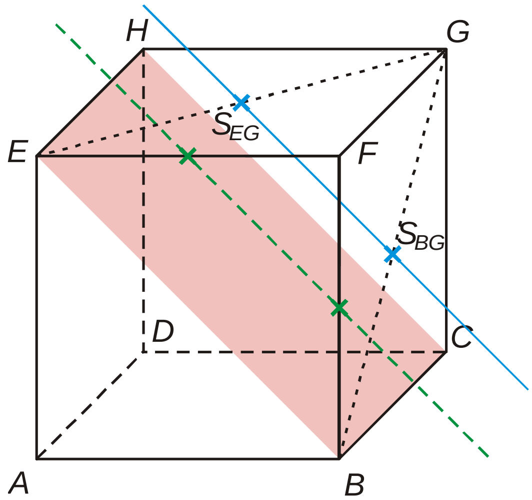
přímka $S_{AC}S_{BG}$ je rovnoběžná s přímkou $S_{CD}S_{CG}$, která leží v rovině CDG $\Rightarrow$ přímka $S_{AC}S_{BG}$ je rovnoběžná s rovinou CDG

c) přímka $S_{BG}S_{AH}$ a rovina CDE



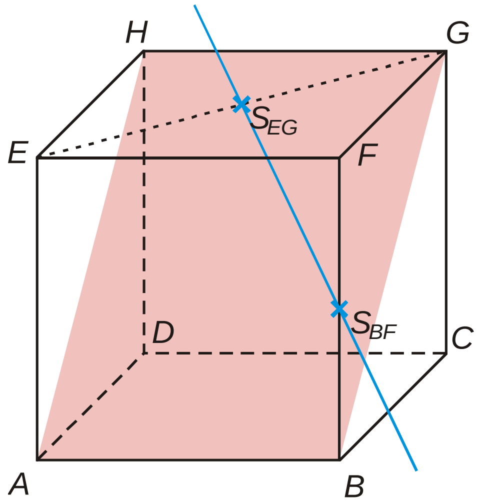
přímka $S_{BG}S_{AH}$ je rovnoběžná s rovinou CDE (leží v ní)

d) přímka $S_{EG}S_{BG}$ a rovina BCE

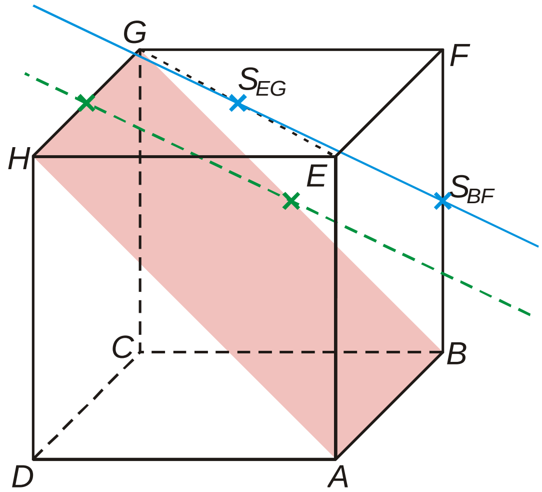


přímka $S_{EG}S_{BG}$ je rovnoběžná s přímkou $S_{EF}S_{BF}$, která je rovnoběžná s přímkou BE ležící v rovině BCE $\Rightarrow$ přímka $S_{EG}S_{BG}$ je rovnoběžná s rovinou BCE

e) přímka $S_{EG}S_{BF}$ a rovina ABG



zdá se, že přímka $S_{EG}S_{BF}$ je s rovinou *ABG* různoběžná, ale ve skutečnosti směřuje také „šikmo dolů“ $\Rightarrow$ nakreslíme si situaci zleva



přímka $S_{EG}S_{BF}$ je rovnoběžná s přímkou $S_{HG}S_{GB}$, která leží v rovině *ABG* $\Rightarrow$ přímka $S_{EG}S_{BF}$ je rovnoběžná s rovinou *ABG*

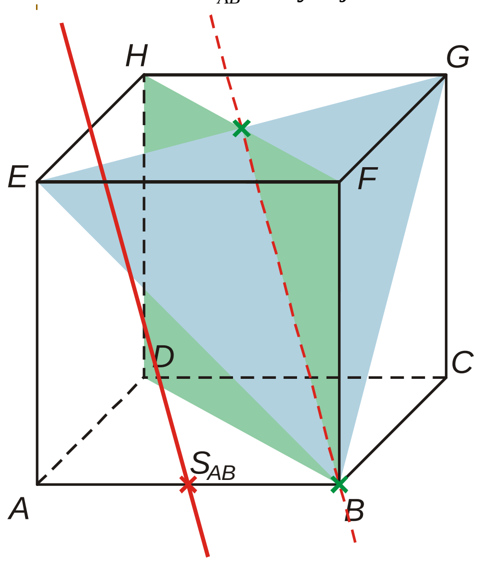
Pedagogická poznámka: Poslední body je pro studenty poměrně obtížný. Mohou si situaci namodelovat pomocí krychličky.

Jak najít přímku rovnoběžnou se dvěma různoběžnými rovinami?
Pokud je přímka rovnoběžná s rovinou, „rovina obsahuje její směr“ (nekonečně mnoho přímek, které v rovině leží a jsou s ní rovnoběžné) $\Rightarrow$ obě roviny musí obsahovat její směr $\Rightarrow$ tento směr je oběma rovinám společný $\Rightarrow$ je to směr jejich společné přímky (průsečnice).

Př. 6: Je dána standardní krychle. Veď bodem S_{AB} přímku rovnoběžnou s rovinami *BEG* a *BDH*.

Použijeme předchozí úvahu:

- najdeme průsečnici rovin *BEG* a *BDH*
- v bodě S_{AB} narýsujeme rovnoběžku s nalezenou přímkou



Př. 7: Petáková:
strana 90/cvičení 2 a) b) c) d)
strana 90/cvičení 5 b)

Shrnutí: