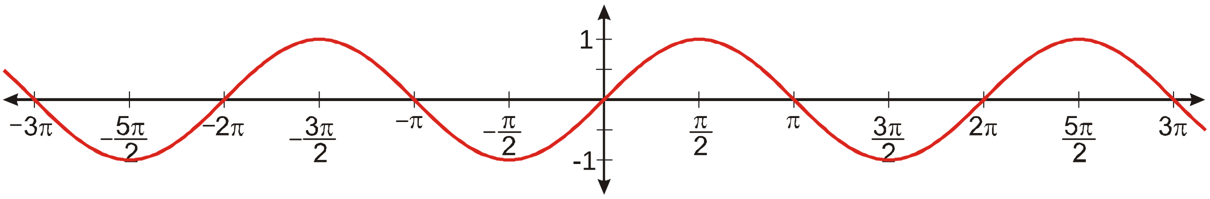
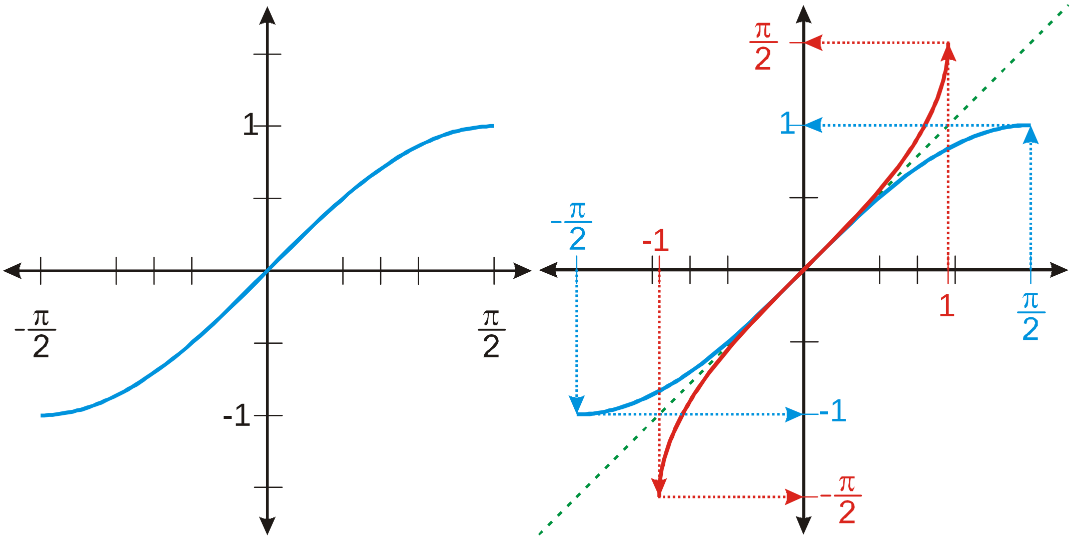
4.2.16 Funkce Arcsin

Př. 1: Nakresli graf funkce $y = \sin x$. Omez její definiční obor tak, aby bylo možné nalézt inverzní funkci. Nakresli do nového obrázku graf funkce $y = \sin x$ s omezeným definičním oborem a graf funkce k ní inverzní.





Funkce inverzní k funkci $y = \sin x$ se nazývá $y = \arcsin x$ (arkus sinus).

Př. 2: Srovnej v tabulce vlastnosti funkcí $y = \sin x$ (s omezeným definičním oborem) a $y = \arcsin x$.

Př. 3: Urči: a) $\arcsin 1$ b) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ c) $\arcsin 0$

d) $\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}$ e) $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$ f) $\arcsin(-1)$

g) $\arcsin 2$.

a) $\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$ b) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\pi}{3}$ c) $\arcsin 0 = 0$ d) $\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$

e) $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\pi}{6}$ f) $\arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}$ g) $\arcsin 2 =$ *neexistuje*

Př. 4: Urči pomocí kalkulačky ve stupních s přesností na minuty přibližné hodnoty:

a) $\arcsin 0{,}2$ b) $\arcsin(-0{,}7)$ c) $\arcsin\frac{2}{3}$

d) $\arcsin\left(\frac{\pi}{2}\right)$ e) $\arcsin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

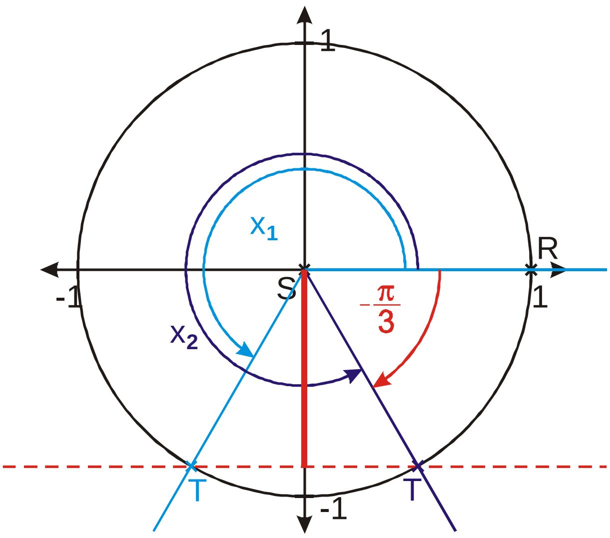
a) $\arcsin 0{,}2 \doteq 11°13'$ b) $\arcsin(-0{,}7) \doteq -44°25'$ c) $\arcsin\left(\frac{2}{3}\right) \doteq 41°48'$

d) $\arcsin\frac{\pi}{2} =$ *neexistuje* e) $\arcsin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \doteq -51°45'$ $\left(-\frac{\pi}{4} \doteq -0{,}79\right)$

Př. 5: Najdi všechna *x*, pro která platí $\sin x = 1$.

$\sin x = 1$ platí pro všechna čísla $\bigcup\limits_{k \in Z} = \left\{ \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi \right\}$.

Př. 6: Najdi všechna *x*, pro která platí $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.



$x_1 = \frac{4}{3}\pi$ a $x_2 = \frac{5}{3}\pi$ (základní velikost úhlu $-\frac{\pi}{3}$).

Protože funkce $y = \sin x$ je periodická s nejmenší periodou 2π, platí $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ i pro všechny další velikosti obou úhlů.

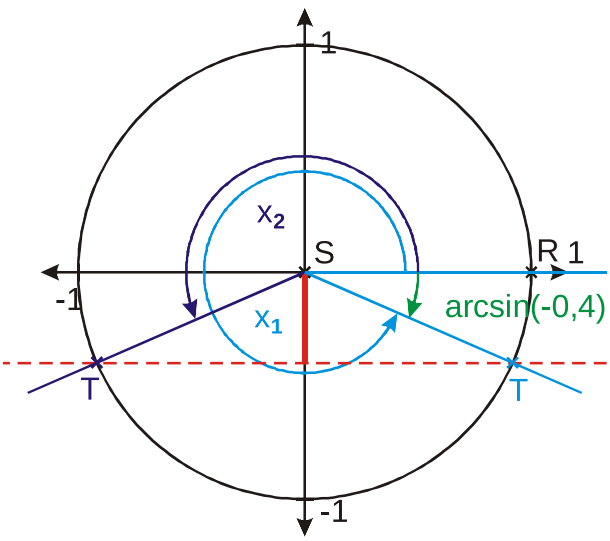
$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ platí pro všechna čísla $\bigcup\limits_{k \in Z} = \left\{ \frac{4}{3}\pi + k \cdot 2\pi; \frac{5}{3}\pi + k \cdot 2\pi \right\}$.

Př. 7: Najdi všechna *x*, pro která platí $\sin x = 0{,}6$. Výsledek uveď v desetinné míře s přesností na minuty.

$\bigcup\limits_{k \in Z} = \{38°52' + k \cdot 360°; 141°8' + k \cdot 360°\}$.

$\bigcup\limits_{k \in Z} = \{\arcsin 0{,}6 + k \cdot 2\pi; \pi - \arcsin 0{,}6 + k \cdot 2\pi\}$.

Př. 8: Najdi všechna $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$, pro která platí $\sin x = -0{,}4$.



Z obrázku je vidět, že v intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$ existují dvě hodnoty *x*, pro které platí $\sin x = -0{,}4$. Můžeme je vyjádřit pomocí úhlu $\arcsin(-0{,}4)$ (tento úhel je záporný) :

$x_1 = \arcsin(-0{,}4) + 2\pi$ a

$x_2 = \pi - \arcsin(-0{,}4)$.

Dodatek: Funkce $y = \arcsin x$ je lichá. Hodnoty můžeme vyjadřovat i pomocí kladného úhlu $\arcsin(0{,}4) = -\arcsin(-0{,}4)$: $x_1 = 2\pi - \arcsin(0{,}4)$ a $x_2 = \pi + \arcsin(0{,}4)$.

Př. 9: Petáková:
strana 44/cvičení 43, 44 hodnoty arcsin