

2.2.3 Kalorimetrická rovnice

Předpoklady: 2202

Smícháme teplou a studenou vodu \Rightarrow při smíchání si vody vyměňují teplo.

Platí: *teplo odevzdané teplou vodou = teplo přijaté studenou vodou*.

Př. 1: Do 200 ml vody o teplotě 20°C (pokojová teplota) přilijeme 150 ml vody o teplotě 80°C (horká voda). Odhadni teplotu výsledné teplé vody. Urči teplotu vody výpočtem. Odhadni teplotu jakou teplotu vody naměříme pokud pokus provedeme, odhad zdůvodni.

$$m_s = 0,2 \text{ kg}, c = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, t_s = 20^\circ\text{C}, m_t = 0,15 \text{ kg}, t_t = 80^\circ\text{C}, t = ?$$

Smícháváme dvě množství stejné kapaliny \Rightarrow u stejných množství by se výsledná teplota měla rovnat průměru teplot, protože je studené vody více, bude výsledná teplota blíže k teplotě studené vody.

$$Q_s = Q_t$$

$$m_s c \Delta t_s = m_t c \Delta t_t \quad / : c$$

$$m_s (t - t_s) = m_t (t_t - t)$$

$$m_s t - m_s t_s = m_t t_t - m_t t$$

$$m_s t + m_t t = m_t t_t + m_s t_s$$

$$t = \frac{m_t t_t + m_s t_s}{m_s + m_t}$$

$$\text{Dosazení: } t = \frac{m_t t_t + m_s t_s}{m_s + m_t} = \frac{0,15 \cdot 80 + 0,2 \cdot 20}{0,2 + 0,15} ^\circ\text{C} = 45,7^\circ\text{C}$$

Skutečná teplota kterou naměříme bude nižší, protože teplá voda musí kromě studené vody ohřát i kádinku a část tepla unikne do třídy.

Dodatek: Výsledný vztah $t = \frac{m_t t_t + m_s t_s}{m_s + m_t}$ je fakticky vzorcem pro vážený průměr obou teplot,

kde jsou jejich váhy určeny hmotností vody s danou teplotou.

Při pokusu jsme naměřili výslednou teplotu 42°C (přesně podle našich předpokladů).

Př. 2: Navrhni takové provedení předchozího pokusu, aby teplota výsledné teplé vody byla vyšší než hodnota určená výpočtem.

Část tepla se určitě ztratí vždy \Rightarrow potřebujeme, aby se v kádince objevil další zdroj tepla \Rightarrow budeme přelévat studenou vodu do teplejší, aby teplo kromě teplé vody dodávala i zahřátá kádinka. Pokus provedeme co nejrychleji (nižší ztráty). V případě, že by to nestačilo použijeme kádinku s tlustším sklem (bude moci předat studenější vodě více tepla).

Pedagogická poznámka: Velmi doporučuji míchání vod provést. Fakt, že při rychlém provedení druhého pokusu získáme vodu teplejší než podle výpočtu je dobrou ukázkou, že i když reálně výsledky pokusů neodpovídají přesně výpočtům, mohou

se lišit i na obě strany a hlavně jsme schopni odhalit příčiny a v případě potřeby je pak odstraňovat.

Pokud chceme přesnější výsledky pokusů, potřebuje nádobu, která zabraňuje únikům (nebo průnikům) tepla – **kalorimetr** (slovo znamená metr na kalorie – starší jednotka energie, která se ještě dnes používá u výživových hodnot apod.).

Čím lepší kalorimetr, tím přesněji platí $Q_s = Q_t$, po dosažení:

$$\text{kalorimetrická rovnice: } m_1 c_1 (t_1 - t) = m_2 c_2 (t - t_2)$$

Př. 3: Rozhodni, která z hmotností m_1 , m_2 patří v rovnici $m_1 c_1 (t_1 - t) = m_2 c_2 (t - t_2)$ látce s vyšší teplotou.

Pokud má výraz $(t_1 - t)$ znamenat kladný tepelný rozdíl, musí patřit teplota t_1 teplejšímu tělesu o hmotnosti m_1 .

Dodatek: Ve skutečnosti je jedno, jestli správně odhadneme, který z předmětů má mít vyšší teplotu, protože v případě, že bychom se netrefili, budou obě závorky záporné, tím pádem budou záporné i obě strany rovnice a rovnost (o kterou jde především) zůstane zachována.

Při použití v praxi není příliš důležité, jak budeme rovnici psát. Stačí:

- teplo přijaté = teplo odevzdané
- $Q = mc\Delta t$ nebo $Q = C \Delta t$
- trocha úvahy

Př. 4: Kolik studeného čaje o teplotě 20°C musíme nalít do 0,25 l horkého čaje o teplotě 80°C , abychom získali snesitelně teplý nápoj o teplotě 45°C .

$$c = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, t_s = 20^\circ\text{C}, t_t = 80^\circ\text{C}, t = 45^\circ\text{C}, m_t = 0,25 \text{ kg}, m_s = ?$$

$$Q_s = Q_t$$

$$m_s c \Delta t_s = m_t c \Delta t_t \quad / : c$$

$$m_s (t - t_s) = m_t (t_t - t)$$

$$m_s = \frac{m_t (t_t - t)}{t - t_s}$$

$$\text{Dosažení: } m_s = \frac{m_t (t_t - t)}{t - t_s} = \frac{0,25 (80 - 45)}{45 - 20} \text{ kg} = 0,35 \text{ kg}$$

Do horkého čaje musíme přilít 0,35 l studeného.

Pedagogická poznámka: Studenti mají tendenci dosazovat takto $Q_s = Q_t$

$m_s \Delta t_s = m_t \Delta t_t$. Snažím se jim vysvětlit, že by neměli dosazovat za tepla bez měrných tepelných kapacit. V tomto konkrétním případě se sice měrné tepelné kapacity vykrátí, ale obecně jde o špatný zvyk, který by u některých z dalších příkladů znamenal chybu.

Př. 5: Ve vaně je 100 litrů teplé vody o teplotě 27°C. Kolik litrů horké vody o teplotě 65°C musíme do vany připustit, abychom získali „zapárku“ o teplotě 40°C.

$$c = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, t_s = 27^\circ\text{C}, t_t = 65^\circ\text{C}, t = 40^\circ\text{C}, m_s = 100 \text{ kg}, m_t = ?$$

$$Q_s = Q_t$$

$$m_s c \Delta t_s = m_t c \Delta t_t \quad / : c$$

$$m_s (t - t_s) = m_t (t_t - t)$$

$$m_t = \frac{m_s (t - t_s)}{t_t - t}$$

$$\text{Dosazení: } m_t = \frac{m_s (t - t_s)}{t_t - t} = \frac{100(40 - 27)}{65 - 40} \text{ kg} = 52 \text{ kg}$$

Do vany musíme napustit 52 litrů horké vody.

Poznámka: Autor by rád upozornil (na podnět generální tajemnice International Women Movement Against Zapárka), že předchozí příklad v žádném případě nebyl zamýšlen jako propagace tohoto v dnešní době již zcela překonaného způsobu vykonávání tělesné hygieny.

Dodatek: Autor se musí ohradit proti nepodloženým pomluvám, že by byl k předchozí poznámce nucen ze strany IWMAZ.

Př. 6: Najdi co nejvíce důvodů, proč je „zapárka“ v dnešní době již zcela překonaný způsob vykonávání tělesné hygieny.

Zapárka:

- je neekologická (velká spotřeba energie a vody)
- snižuje obranyschopnost organismu
- zvyšuje vlhkost v bytě a způsobuje tak šíření plísní
- zvýšená vlhkost v koupelně způsobuje srážení vodní páry na zrcadle. Zrcadlo tak vyžaduje častější leštění
- odmašťuje pokožku a zvyšuje tak riziko kožních chorob
- vysoká teplota protékající vody zkracuje životnost těsnění ve vodovodní baterii
- velmi vysoká teplota vody způsobuje únavu a zvyšuje pravděpodobnost usnutí ve vaně
- prodlužuje dobu koupání a zabraňuje tak ostatním členům rodiny v přístupu do koupelny

...

Př. 7: Jakou teplotu musí mít 2 kg vody, aby po smíchání s 3 kg ethanolu o teplotě 40°C vytvořila směs o teplotě 30°C.

$$c_s = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, m_s = 2 \text{ kg}, c_t = 2500 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, m_t = 3 \text{ kg}, t_t = 40^\circ\text{C}, t = 30^\circ\text{C}, t_s = ?$$

$$Q_s = Q_t$$

$$m_s c_s \Delta t_s = m_t c_t \Delta t_t$$

$$m_s c_s (t - t_s) = m_t c_t (t_t - t)$$

$$m_s c_s t - m_s c_s t_s = m_t c_t (t_t - t)$$

$$m_s c_s t - m_t c_t (t_t - t) = m_s c_s t_s$$

$$t_s = \frac{m_s c_s t - m_t c_t (t_t - t)}{m_s c_s}$$

$$\text{Dosazení: } t_s = \frac{m_s c_s t - m_t c_t (t_t - t)}{m_s c_s} = \frac{2 \cdot 4200 \cdot 30 - 3 \cdot 2500(40 - 30)}{2 \cdot 4200} \text{ } ^\circ\text{C} = 21^\circ\text{C}$$

Voda musí mít teplotu 21°C .

Př. 8: Závaží o hmotnosti 500g z neznámého prvku o teplotě 100°C vhodíme do 2 litrů vody o teplotě 20°C . Teplota vody a závaží se ustálila na 24°C . Urči měrnou tepelnou kapacitu a druh prvku.

$$c_s = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, m_s = 2 \text{ kg}, t_s = 20^\circ\text{C}, m_t = 0,5 \text{ kg}, t_t = 100^\circ\text{C}, t = 24^\circ\text{C}, c_v = ?$$

$$Q_s = Q_t$$

$$m_s c_s (t - t_s) = m_t c_t (t_t - t)$$

$$c_t = \frac{m_s c_s (t - t_s)}{m_t (t_t - t)}$$

$$\text{Dosazení: } c_t = \frac{m_s c_s (t - t_s)}{m_t (t_t - t)} = \frac{2 \cdot 4200 \cdot (24 - 20)}{0,5(100 - 24)} \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} = 880 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Neznámá látka má měrnou tepelnou kapacitu $880 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Jde zřejmě o hliník.

Př. 9: Železné závaží o hmotnosti 200 g hodíme do 0,5 litru vody o teplotě 20°C . Teplota vody se ustálila na 22°C . Jaká byla původní teplota závaží? Místo indexů s a t použij v obecném řešení indexy 1 a 2.

$$c_1 = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, m_1 = 0,5 \text{ kg}, t_1 = 20^\circ\text{C}, c_2 = 450 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, m_2 = 0,2 \text{ kg}, t = 22^\circ\text{C},$$

$$t_2 = ?$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$m_1 c_1 (t - t_1) = m_2 c_2 (t_2 - t)$$

$$m_1 c_1 (t - t_1) = m_2 c_2 t_2 - m_2 c_2 t$$

$$m_1 c_1 (t - t_1) + m_2 c_2 t = m_2 c_2 t_2$$

$$t_2 = \frac{m_1 c_1 (t - t_1) + m_2 c_2 t}{m_2 c_2}$$

$$\text{Dosazení: } t_2 = \frac{m_1 c_1 (t - t_1) + m_2 c_2 t}{m_2 c_2} = \frac{0,5 \cdot 4200(22 - 20) + 0,2 \cdot 450 \cdot 22}{0,2 \cdot 450} \text{ } ^\circ\text{C} = 69^\circ\text{C}$$

Voda musí mít teplotu 69°C .

Př. 10: Kalorimetr o tepelné kapacitě $63\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$ obsahuje 250 g oleje o teplotě 12°C . Do oleje v kalorimetru vložíme měděné závaží o teplotě 100°C a hmotnosti 500 g. Po ustálení má vše teplotu 33°C . Urči měrnou tepelnou kapacitu oleje.

$$m_1 = 0,25\text{kg}, \quad t_1 = 12^\circ\text{C}, \quad m_2 = 0,5\text{kg}, \quad t_2 = 100^\circ\text{C}, \quad c_2 = 380\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}, \quad t = 33^\circ\text{C}, \\ C = 63\text{J}\cdot\text{K}^{-1}, \quad c_1 = ?$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$m_1c_1(t-t_1) + C(t-t_1) = m_2c_2(t_2-t) \quad \text{teplá voda musí kromě oleje ohřát i kalorimetr}$$

$$m_1c_1(t-t_1) = m_2c_2(t_2-t) - C(t-t_1)$$

$$c_1 = \frac{m_2c_2(t_2-t) - C(t-t_1)}{m_1(t-t_1)}$$

Dosazení:

$$c_1 = \frac{m_2c_2(t_2-t) - C(t-t_1)}{m_1(t-t_1)} = \frac{0,5 \cdot 380 \cdot (100-33) - 63(33-12)}{0,25(33-12)} \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1} = 2200\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$$

Olej v kalorimetru má měrnou tepelnou kapacitu $2200\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

Př. 11: Petříček si hrál s kalorimetrem. Postupně do něj umístil 0,5 litru vody o teplotě 30°C , 1 kg lihu o teplotě 10°C a půlkilové železné závaží o teplotě 100°C . Urči teplotu obsahu kalorimetru poté, co přejde od rovnovážného stavu.

$$m_1 = 0,5\text{kg}, \quad c_1 = 4200\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}, \quad t_1 = 30^\circ\text{C}, \quad m_2 = 0,5\text{kg}, \quad c_2 = 2500\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}, \quad t_2 = 10^\circ\text{C}, \\ m_3 = 0,5\text{kg}, \quad c_3 = 450\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}, \quad t_3 = 100^\circ\text{C}, \quad t = ?$$

Problém: Nevíme, jaká bude výsledná teplota a tedy ani to zda se voda bude ohřívát nebo bude ochlazovat.

Řešení: Všechny látky ochladíme za nejnižší teplotu (10°C) a zjistíme kolik tepla by se tím uvolnilo. Poté spočítáme o kolik stupňů by se všechny látky tímto teplem ohřály.

Uvolněné teplo:

$$Q = m_1c_1(t_1-t_2) + m_3c_3(t_3-t_2) = 0,5 \cdot 4200(30-10) + 0,5 \cdot 450(100-10)\text{J} = 62250\text{J}$$

Teplotní rozdíl: $Q = m_1c_1\Delta t + m_2c_2\Delta t + m_3c_3\Delta t$

$$\Delta t = \frac{Q}{m_1c_1 + m_2c_2 + m_3c_3} = \frac{62250}{0,5 \cdot 4200 + 1 \cdot 2500 + 0,5 \cdot 450}^\circ\text{C} = 13^\circ\text{C}$$

Obsah kalorimetru bude mít teplotu 23°C .

Shrnutí: Teplo odevzdané se rovná teple přijatému.