

## 1.1.15 Řešení příkladů na rovnoměrně zrychlený pohyb I

**Předpoklady:** 1114

**Pedagogická poznámka:** Cílem hodiny je, aby se studenti naučili samostatně řešit příklady.

Aby dokázali najít vztah, který umožňuje příklad vyřešit, dokázali ze vztahů vyjadřovat, případně dosazovat z jednoho vztahu do druhého.

Mají s tím obrovské potíže. Druhým problémem je jejich odpor k obecnému řešení. Nezbyvá nic jiného než chodit mezi lavicemi a vyžadovat, aby příklady obecně doopravdy dopočítali.

Zůstává otázkou, zda je vůbec reálné u normální třídy (bez probraného vyjadřování ze vzorců v matematice) počítání na úrovni z této a následujících hodinách probírat.

**Př. 1:** Auto před vjezdem do vesnice zpomalilo za 3 s z 90 km/h na 50 km/h. S jakým zrychlením se pohybovalo? Jakou při brždění urazilo dráhu?

$$t = 3\text{ s} \quad v_0 = 90\text{ km/h} = 25\text{ m/s} \quad v = 50\text{ km/h} = 13,9\text{ m/s} \quad a = ? \quad s = ?$$

Rovnice zrychleného pohybu:

$$v = v_0 + at$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow \text{zrychlení můžeme vypočítat z první rovnice a získanou hodnotu pak}$$

můžeme dosadit do druhé rovnice

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{13,9 - 25}{3} \text{ m/s}^2 = -3,7 \text{ m/s}^2$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = 25 \cdot 3 + \frac{1}{2} (-3,7) \cdot 3^2 \text{ m} = 58,4 \text{ m}$$

Auto brzdilo se zrychlením  $-3,7 \text{ m/s}^2$  a urazilo při tom dráhu 58,4 m.

**Pedagogická poznámka:** Dráha pohybu by se samozřejmě dala počítat i obecně, ale v tuto chvíli je to bezpochyby nad možností studentů.

V předchozím příkladu se nám opět ukázalo, že stejně jako u rychlosti i u zrychlení má znaménko svůj význam.

**záporné zrychlení = zrychlení, které zmenšuje rychlost**

V některých případech se pro pohyb, který se zpomaluje (tedy se záporným zrychlením) používá jiná sada rovnic – rovnice pro rovnoměrně zpomalený pohyb:

- $v = v_0 - at$

- $s = v_0 t - \frac{1}{2} at^2$

záporné znaménko před členy se zrychlením má stejný význam jako dosazení záporného čísla za zrychlení.

My si nebudeme plést hlavy a budeme důsledně používat jenom původní rovnice a dosazovat do nich záporné zrychlení.

**Př. 2:** Závodní automobil zrychlí z 0 km/h na 100 km/h za 4,3 s. Urči dráhu, kterou při zrychlování ujede.

$$v_0 = 0 \quad v = 100 \text{ km/h} = 27,8 \text{ m/s} \quad t = 4,3 \text{ s} \quad s = ?$$

Rovnice zrychleného pohybu s nulovou počáteční rychlostí:

$$v = at \quad s = \frac{1}{2} at^2$$

$\Rightarrow$  v obou rovnicích máme dvě neznámé veličiny  $\Rightarrow$  z první rovnice vyjádříme  $a$  (které nepotřebujeme) a dosadíme za  $a$  do druhé rovnice:

$$v = at \Rightarrow a = \frac{v}{t}$$

$$s = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \frac{v}{t} t^2 = \frac{1}{2} vt$$

$$\text{Dosadíme: } s = \frac{1}{2} vt = \frac{1}{2} 27,8 \cdot 4,3 \text{ m} = 60 \text{ m}$$

Auto ujede během zrychlování 60 m.

**Pedagogická poznámka:** Začátek příkladu je nutné spočítat společně, zbytek by měli dělat studenti sami (i když jde v podstatě jen o matematiku), opisování úprav z tabule má nulový přínos.

Postup, který jsme použili u předchozího (a budeme používat u dalších příkladů):

- podle fyzikální situace rozhodneme, zda budeme používat celou soustavu rovnic  
 $v = v_0 + at$   $v = at$   
 $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$  nebo pouze zjednodušenou verzi  $s = \frac{1}{2} at^2$  s nulovou počáteční rychlostí
- podle veličin známých se zadání se rozhodneme, zda můžeme počítat pouze s jednou z rovnic, nebo budeme muset z jedné vyjádřit a dosadit do druhé
- vypočteme vztah pro zadanou veličinu
- dosadíme do upraveného vztahu

**Pedagogická poznámka:** Studenti by si měli postup stručně někam napsat a při práci v lavicích by si měli hlídat, že podle něj postupují. Nejčastěji studenti (hlavně kluci) vyjadřují zbrkle ze složitější soustavy nebo nedopočítávají vztahy.

**Př. 3:** Za bezpečný doskok je považován takový, při kterém člověk dopadne na zem maximálně rychlost 8 m/s. Urči maximální výšku, ze které je možné bezpečně skákat na Zemi (zrychlení padajících předmětů je  $10 \text{ m/s}^2$ ) a na Měsíci (zrychlení padajících předmětů je 6 x menší než na Zemi).

$$v_0 = 0 \quad v = 8 \text{ m/s} \quad a_z = 10 \text{ m/s}^2 \quad s = ?$$

Rovnice zrychleného pohybu s nulovou počáteční rychlostí:

$$v = at \quad s = \frac{1}{2} at^2$$

$\Rightarrow$  v obou rovnicích máme dvě neznámé veličiny  $\Rightarrow$  z první rovnice vyjádříme  $t$  (které nepotřebujeme) a dosadíme za  $t$  do druhé rovnice:

$$v = at \Rightarrow t = \frac{v}{a}$$

$$s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}a\left(\frac{v}{a}\right)^2 = \frac{1}{2}a\frac{v^2}{a^2} = \frac{v^2}{2a}$$

$$\text{Bezpečná výška pro Zemi: } s_Z = \frac{v^2}{2a_Z} = \frac{8^2}{2 \cdot 10} \text{ m} = 3,2 \text{ m}$$

$$\text{Zrychlení na Měsíci: } a_M = \frac{a_Z}{6} = \frac{10}{6} \text{ m/s}^2 = 1,67 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Bezpečná výška pro Měsíc: } s_M = \frac{v^2}{2a_M} = \frac{8^2}{2 \cdot 1,67} \text{ m} = 19,2 \text{ m}$$

Na Zemi je bezpečné skákat z výšky 3,2 m na Měsíci dokonce z výšky 19,2 m.

**Poznámka:** Z předchozího příkladu je vidět jedna z výhod obecného řešení – do výsledného jednoduchého vztahu můžeme ihned dosazovat různá zadání.

**Př. 4:** Urči jakou rychlostí dopadne na zem kámen puštěný z výšky 10 m (2. patro).  
Předpokládej, že padá rovnoměrně zrychleně se zrychlením  $10 \text{ m/s}^2$ .

$$v_0 = 0 \text{ m/s} \quad s = 10 \text{ m} \quad a = 10 \text{ m/s}^2 \quad v = ?$$

Jde o rovnoměrně zrychlený pohyb s nulovou počáteční rychlostí:

$$v = at$$

$$s = \frac{1}{2}at^2$$

$\Rightarrow$  ani z jedné rovnice není možné vypočítat  $v$  (v obou jsou dvě neznámé)  $\Rightarrow$  z první si vyjádříme  $t$  (abychom ve vyjádření neměli odmocninu, která by se objevila, kdybychom vyjadřovali  $t$  ze druhé rovnice) a dosadíme do druhé

$$v = at \Rightarrow t = \frac{v}{a}$$

$$s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}a\left(\frac{v}{a}\right)^2 = \frac{1}{2}a\frac{v^2}{a^2} = \frac{v^2}{2a}$$

$$s = \frac{v^2}{2a} \quad / 2a$$

$$v^2 = 2sa$$

$$v = \sqrt{2sa} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 10} \text{ m/s} = 14,1 \text{ m/s} = 50,9 \text{ km/h}$$

Kámen dopadne na zem rychlostí 50,9 km/h.

**Pedagogická poznámka:** Studenti se těžko smiřují s tím, že počítají rychlost a přesto dosazují z rovnice rychlosti do rovnice pro dráhu. Je potřeba zdůraznit, že možné jsou oba postupy, ale kvůli vyhnutí se odmocninám je vždy jednodušší vyjadřovat z rovnice pro rychlost a dosazovat do rovnice pro dráhu. Rolí nehraje to, která z veličin byla v rovnici původně vyjádřena, ale to, zda v rovnici zůstali pouze veličiny, které známe nebo které chceme počítat.

**Př. 5:** Jaké je zrychlení kulky v hlavni, je-li její úst'ová rychlost 700 m/s a délka hlavně 40 cm? Jak dlouho je kulka během výstřelu v hlavni? Pro obě veličiny odvoď obecné vztahy.

$$v = 700 \text{ m/s} \quad s = 40 \text{ cm} = 0,4 \text{ m} \quad v_0 = 0 \text{ m/s} \quad a = ? \quad t = ?$$

Budeme předpokládat, že kulka se v hlavni pohybuje rovnoměrně zrychleně. Protože konečná rychlost a dráha nevystupují společně ani v jedné rovnici, budeme muset jednu z neznámých vyjádřit z rovnice pro rychlost a dosadit ji do rovnice pro dráhu.

$$v = at \Rightarrow t = \frac{v}{a}$$

Dosadíme do rovnice pro dráhu:

$$s = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} a \left( \frac{v}{a} \right)^2 = \frac{1}{2} a \frac{v^2}{a^2} = \frac{v^2}{2a}$$

$$a = \frac{v^2}{2s}$$

Získaný vzorec pro zrychlení můžeme použít při odvozování vzorce pro čas:

$$t = \frac{v}{a} = \frac{v}{\frac{v^2}{2s}} = \frac{2s}{v}$$

$$a = \frac{v^2}{2s} = \frac{700^2}{2 \cdot 0,4} \text{ m/s}^2 = 612500 \text{ m/s}^2$$

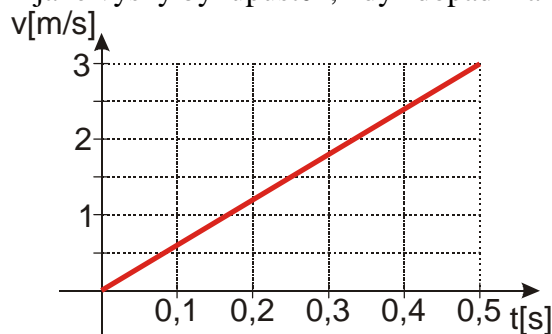
$$t = \frac{2s}{v} = \frac{2 \cdot 0,4}{700} \text{ s} = 0,0011 \text{ s}$$

Zrychlení kulky v hlavni je  $612500 \text{ m/s}^2$ , kulka je v hlavni  $0,0011 \text{ s}$ .

**Pedagogická poznámka:** Vnímavější studenti mají problémy s výslednou hodnotou zrychlení (zdá se jim příliš velká). Ujistěte je, že číslo je opravdu reálné.

**Pedagogická poznámka:** K následujícím příkladům se většina studentů nedostane, není to žádný problém. Pokud se jim podaří spočítat prvních 5 jde o úspěch, následující příklady jsou sice zajímavé, ale není nutné, aby je řešili všichni.

**Př. 6:** Na obrázku je graf rychlosti padajícího nafukovacího míče. Urči jeho zrychlení. Z jaké výšky byl upuštěn, když dopadl na zem za 0,7 s?



$$t_d = 0,7 \text{ s} \quad \text{hodnoty vyčtené z grafu} \quad v = 3 \text{ m/s} \quad t = 0,5 \text{ s} \quad v_0 = 0 \text{ m/s} \quad a = ? \quad s = ?$$

Pomocí hodnot vyčtených z grafu můžeme určit zrychlení míče a přímým dosazením do rovnice pro dráhu vypočteme výšku, ze které byl míč upuštěn.

$$v = at \Rightarrow a = \frac{v}{t}$$

$$s = \frac{1}{2} at_d^2$$

$$a = \frac{v}{t} = \frac{3}{0,5} \text{ m/s}^2 = 6 \text{ m/s}^2$$

$$s = \frac{1}{2} at_d^2 = \frac{1}{2} 6 \cdot 0,7^2 \text{ m} = 1,47 \text{ m} \doteq 1,5 \text{ m}$$

Míč padal se zrychlením  $6 \text{ m/s}^2$  a byl upuštěn z výšky  $1,5 \text{ m}$ .

**Poznámka:** K určení zrychlení bychom mohli použít i jinou dvojici hodnot rychlosti a času získaných z grafu.

Pro určení zrychlení by bylo možné použít i definiční vztah pro zrychlení

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{3}{0,5} \text{ m/s}^2 = 6 \text{ m/s}^2$$

**Př. 7:** Padající nafukovací míč získal během  $0,3 \text{ s}$  rychlost  $1,8 \text{ m/s}$ . Za jak dlouho získá rychlost  $3 \text{ m/s}$ ? Předpokládej rovnoměrně zrychlený pohyb.

$$t_1 = 0,3 \text{ s} \quad v_1 = 1,8 \text{ m/s} \quad v_2 = 3 \text{ m/s} \quad t = ?$$

Míč se pohyboval rovnoměrně zrychleně s nulovou počáteční rychlostí.

Pro oba okamžiky platí rovnice pro rychlost rovnoměrně zrychleného pohybu:

$$v_1 = at_1 \quad v_2 = at_2$$

Po celou dobu se pohybuje se stejným zrychlením. Z první rovnice můžeme zrychlení vypočítat a dosadit do druhé.

$$v_1 = at_1 \Rightarrow a = \frac{v_1}{t_1}$$

$$v_2 = at_2 = \frac{v_1}{t_1} t_2$$

$$v_2 = \frac{v_1}{t_1} t_2$$

$$\frac{v_2}{v_1} t_1 = t_2$$

$$t_2 = \frac{v_2}{v_1} t_1 = \frac{3}{1,8} 0,3 \text{ s} = 0,5 \text{ s}$$

Padající míč získá rychlost  $3 \text{ m/s}$  za  $0,5 \text{ s}$ .

**Shrnutí:**